

数学 I ・ 数学 A

(全問必答)

第 1 問 (配点 20)

[1] $A = \frac{1}{1 + \sqrt{3} + \sqrt{6}}$, $B = \frac{1}{1 - \sqrt{3} + \sqrt{6}}$ とする。

このとき

$$AB = \frac{1}{(1 + \sqrt{6})^2 - \boxed{\text{ア}}} = \frac{\sqrt{6} - \boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

であり, また

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \boxed{\text{エ}} + \boxed{\text{オ}}\sqrt{6}$$

である。以上により

$$A + B = \frac{\boxed{\text{カ}} - \sqrt{6}}{\boxed{\text{キ}}}$$

となる。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

〔2〕 三角形に関する条件 p, q, r を次のように定める。

p : 三つの内角がすべて異なる

q : 直角三角形でない

r : 45° の内角は一つもない

条件 p の否定を \bar{p} で表し、同様に \bar{q}, \bar{r} はそれぞれ条件 q, r の否定を表すものとする。

(1) 命題「 $r \implies (p \text{ または } q)$ 」の対偶は「 $\implies \bar{r}$ 」である。

に当てはまるものを、次の①～④のうちから一つ選べ。

① (p かつ q)

② (\bar{p} かつ \bar{q})

③ (\bar{p} または q)

④ (\bar{p} または \bar{q})

(2) 次の①～④のうち、命題「 $(p \text{ または } q) \implies r$ 」に対する反例となっている三角形は と である。

と に当てはまるものを、①～④のうちから一つずつ選べ。ただし、 と の解答の順序は問わない。

① 直角二等辺三角形

② 内角が $30^\circ, 45^\circ, 105^\circ$ の三角形

③ 正三角形

④ 三辺の長さが 3, 4, 5 の三角形

⑤ 頂角が 45° の二等辺三角形

(3) r は $(p \text{ または } q)$ であるための 。

に当てはまるものを、次の①～④のうちから一つ選べ。

① 必要十分条件である

② 必要条件であるが、十分条件ではない

③ 十分条件であるが、必要条件ではない

④ 必要条件でも十分条件でもない

数学 I ・ 数学 A

第 2 問 (配点 25)

座標平面上にある点 P は、点 A(−8, 8) から出発して、直線 $y = -x$ 上を x 座標が 1 秒あたり 2 増加するように一定の速さで動く。また、同じ座標平面上にある点 Q は、点 P が A を出発すると同時に原点 O から出発して、直線 $y = 10x$ 上を x 座標が 1 秒あたり 1 増加するように一定の速さで動く。出発してから t 秒後の 2 点 P, Q を考える。点 P が O に到達するのは $t = \boxed{\text{ア}}$ のときである。以下、 $0 < t < \boxed{\text{ア}}$ で考える。

- (1) 点 P と x 座標が等しい x 軸上の点を P', 点 Q と x 座標が等しい x 軸上の点を Q' とおく。△OPP' と △OQQ' の面積の和 S を t で表せば

$$S = \boxed{\text{イ}} t^2 - \boxed{\text{ウエ}} t + \boxed{\text{オカ}}$$

となる。これより $0 < t < \boxed{\text{ア}}$ においては、 $t = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ で S は最小値

$\frac{\boxed{\text{ケコサ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ をとる。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

次に、 a を $0 < a < \boxed{\text{ア}} - 1$ を満たす定数とする。以下、 $a \leq t \leq a + 1$ における S の最小・最大について考える。

(i) S が $t = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ で最小となるような a の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \leq a \leq \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} \text{ である。}$$

(ii) S が $t = a$ で最大となるような a の値の範囲は $0 < a \leq \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ である。

(2) 3 点 O , P , Q を通る 2 次関数のグラフが関数 $y = 2x^2$ のグラフを平行移動

したものになるのは、 $t = \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ のときであり、 x 軸方向に $\frac{\boxed{\text{ニヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$,

y 軸方向に $\frac{\boxed{\text{ノハヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}$ だけ平行移動すればよい。

数学 I ・ 数学 A

第 3 問 (配点 30)

点 O を中心とする半径 3 の円 O と、点 O を通り、点 P を中心とする半径 1 の円 P を考える。円 P の点 O における接線と円 O との交点を A, B とする。また、円 O の周上に、点 B と異なる点 C を、弦 AC が円 P に接するようにとる。弦 AC と円 P の接点を D とする。このとき

$$AP = \sqrt{\boxed{\text{アイ}}}, \quad OD = \frac{\boxed{\text{ウ}} \sqrt{\boxed{\text{エオ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

である。さらに、 $\cos \angle OAD = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ であり、 $AC = \frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

$\triangle ABC$ の面積は $\frac{\boxed{\text{シスセ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$ であり、 $\triangle ABC$ の内接円の半径は $\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ であ

る。

(数学 I ・ 数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

(1) 円 O の周上に、点 E を線分 CE が円 O の直径となるようにとる。△ABC の内接円の中心を Q とし、△CEA の内接円の中心を R とする。このとき、

$$QR = \frac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$$

である。したがって、内接円 Q と内接円 R は $\boxed{\text{ニ}}$ 。

$\boxed{\text{ニ}}$ に当てはまるものを、次の①～③のうちから一つ選べ。

- | | |
|--------|---------------|
| ① 内接する | ① 異なる 2 点で交わる |
| ② 外接する | ③ 共有点を持たない |

(2) $AQ = \frac{\boxed{\text{ヌ}} \sqrt{\boxed{\text{ネノ}}}}{\boxed{\text{ハ}}}$ であるから、 $PQ = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ヒフ}}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$ となる。

したがって、 $\boxed{\text{ホ}}$ 。

$\boxed{\text{ホ}}$ に当てはまるものを、次の①～③のうちから一つ選べ。

- ① 点 P は内接円 Q の周上にある
- ② 点 Q は円 P の周上にある
- ③ 点 P は内接円 Q の内部にあり、点 Q は円 P の内部にある
- ④ 点 P は内接円 Q の内部にあり、点 Q は円 P の外部にある

数学 I ・ 数学 A

第 4 問 (配点 25)

- (1) 1 から 4 までの数字を, 重複を許して並べてできる 4 桁^{けた}の自然数は, 全部で 個ある。
- (2) (1) の 個の自然数のうちで, 1 から 4 までの数字を重複なく使ってできるものは 個ある。
- (3) (1) の 個の自然数のうちで, 1331 のように, 異なる二つの数字を 2 回ずつ使ってできるものの個数を, 次の考え方に従って求めよう。
- (i) 1 から 4 までの数字から異なる二つを選ぶ。この選び方は 通りある。
- (ii) (i) で選んだ数字のうち小さい方を, 一・十・百・千の位のうち, どの 2 箇所^{かん所}に置くか決める。置く 2 箇所^{かん所}の決め方は 通りある。小さい方の数字を置く場所を決めると, 大きい方の数字を置く場所は残りの 2 箇所^{かん所}に決まる。
- (iii) (i) と (ii) より, 求める個数は 個である。

(数学 I ・ 数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

(4) (1)の アイウ 個の自然数を、それぞれ別々のカードに書く。できた アイウ 枚のカードから1枚引き、それに書かれた数の四つの数字に応じて、得点を次のように定める。

- 四つとも同じ数字のとき 9 点
- 2 回現れる数字が二つあるとき 3 点
- 3 回現れる数字が一つと、
1 回だけ現れる数字が一つあるとき 2 点
- 2 回現れる数字が一つと、
1 回だけ現れる数字が二つあるとき 1 点
- 数字の重複がないとき 0 点

(i) 得点が 9 点となる確率は $\frac{\text{コ}}{\text{サシ}}$ 、得点が 3 点となる確率は $\frac{\text{ス}}{\text{セソ}}$ である。

(ii) 得点が 2 点となる確率は $\frac{\text{タ}}{\text{チツ}}$ 、得点が 1 点となる確率は $\frac{\text{テ}}{\text{トナ}}$ である。

(iii) 得点の期待値は $\frac{\text{ニ}}{\text{ヌ}}$ 点である。